σιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ, Γ μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ, Γ μετρούμενός ἐστιν ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. ὁ Ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ὑπό τινος ἀριθμοῦ τοῦ Β μετρείσθω. λέγω ὅτι ὁ Α ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ Β. ὁσάκις γὰρ ὁ Β τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Γ. ἐπεὶ ὁ Β τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Α. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Α. ἡ δὲ Δ μονὰς τοῦ Β ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ Γ ἄρα τοῦ Α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Β. ὥστε ὁ Α μέρος ἔχει τὸν Γ ὁμώνυμον ὄντα τῷ Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει. ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν Β, καὶ τῷ Β μέρει ὁμώνυμος ἔστω ἀριθμὸς ὁ Γ. λέγω ὅτι ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ. ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τοῦ Α μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ Γ, ἔστι δὲ καὶ ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ Δ μονὰς τοῦ Γ ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Α· ἰσάκις ἄρα ἡ Δ μονὰς τὸν Γ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Α. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α. ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι:—

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη. ἔστωσαν τοῖς Α, Β, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, Ε, Ζ, καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η. ἐπεὶ ὁ Η ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ μετρεῖται, ὁ Η ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, Ε, Ζ. τοῖς δὲ Δ, Ε, Ζ ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ Α, Β, Γ· ὁ Η ἄρα ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὤν. εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ. ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ Α, Β, Γ

EUCLID *Elementa* BYZANTINE, 888 THE BODLEIAN LIBRARY Octavo